

## 1. Mathematik-Klausur

**Zugelassene  
Hilfsmittel:**

Formelsammlung, kein Taschenrechner

**Bearbeitungszeit:**

90 Minuten

**Hinweise:**

- Alle Lösungsschritte müssen sauber und nachvollziehbar dokumentiert werden. Achten Sie auf richtige Notationen.
- Sämtliche Lösungen schreiben Sie auf Klausurbögen (jeden Bogen mit Namen versehen!), nicht auf die Aufgabenblätter.
- Bitte mit Füller/Kugelschreiber schreiben (kein Bleistift oder Rotstift); Zeichnungen und Skizzen bitte mit Bleistift.
- Nicht über den Korrekturrand hinaus schreiben.

**Aufgabe 1** (22 Punkte)

Gegeben sind die beiden Funktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = x^2 - 4x - 5$  und  $g(x) = -2x - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- a) Berechnen Sie die Nullstelle von  $g$ .
- b) Berechnen Sie die Schnittpunkte von  $f$  und  $g$ .

In Scheitelpunktform hat die Funktion  $f$  die folgende Funktionsgleichung:  $f(x) = (x - 2)^2 - 9$ .

- c) Beschreiben Sie den Funktionsgraphen von  $f$  so genau wie möglich, indem Sie:
  - (1) die Koordinaten des Scheitelpunkts angeben,
  - (2) Definitions- und Wertemenge von  $f$  angeben,
  - (3) den Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse bestimmen,
  - (4) die Transformation von  $f$  aus der Normalparabel beschreiben.
- d) Gegeben ist die allgemeine Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion:  
 $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$   
Nennen Sie Voraussetzungen, die die Parameter  $a$ ,  $d$  und  $e$  erfüllen müssen, damit es zwei Nullstellen gibt. Erläutern Sie Ihre Überlegungen anhand einer Skizze.

**Aufgabe 2** (11 Punkte)

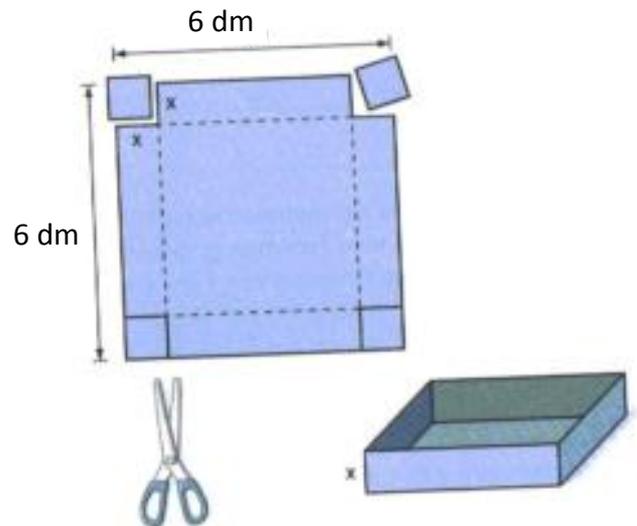
- a) Skizzieren Sie die Funktionsgraphen folgender drei Potenzfunktionen in jeweils ein eigenes Koordinatensystem:
  - (1)  $f(x) = x^4$
  - (2)  $g(x) = x^5$
  - (3)  $h(x) = -x^3$
- b) Geben Sie für die in a) gegebenen Funktion  $h(x) = -x^3$  jeweils ihr Verhalten für  $x \rightarrow -\infty$  und für  $x \rightarrow +\infty$  an.
- c) „Der Graph einer Potenzfunktion  $f$  mit  $f(x) = a \cdot x^n$  geht immer durch den Punkt  $P(2|2a)$ .“  
Nehmen Sie Stellung zu dieser Aussage.

**Aufgabe 3** (17 Punkte)

Aus einem quadratischen Stück Pappe mit der Seitenlänge 6 dm soll eine offene Schachtel gebastelt werden, so wie im Bild gezeigt. Das Volumen der Schachtel ist von der Länge der Seite  $x$  der Quadrate, die aus den vier Ecken herausgeschnitten werden, abhängig, und wird durch die Funktionsgleichung

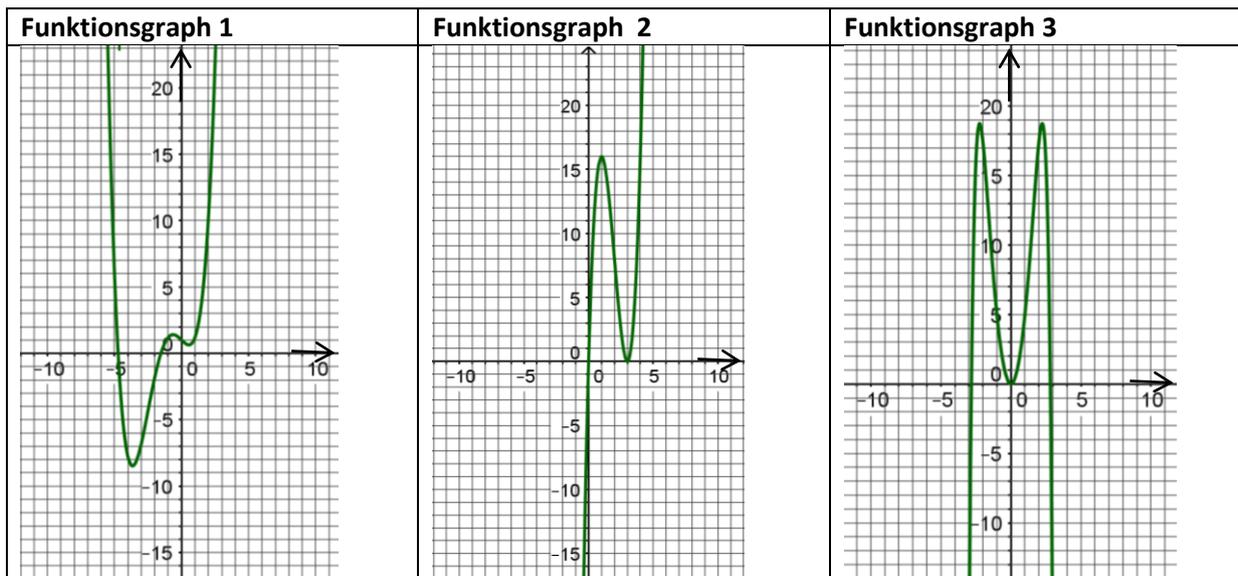
$$V(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x \quad (V \text{ in dm}^3, x \text{ in dm})$$

beschrieben.



- a) Berechnen Sie das Volumen der Schachtel, wenn die Seitenlänge  $x$  der herausgeschnittenen Quadrate jeweils 2 dm beträgt.

Im Folgenden sind Ausschnitte von drei verschiedenen Funktionsgraphen dargestellt.



- b) Welcher Funktionsgraph gehört zur Funktion  $V$ ? Geben Sie zur Begründung das Verhalten der Funktion  $V$  für  $x \rightarrow -\infty$ , für  $x \rightarrow +\infty$  und für  $x$  nahe bei Null an.
- c) Im Kontext der Aufgabe ist die Definitionsmenge  $D_V = \mathbb{R}$  nicht sinnvoll. Geben Sie eine hier sinnvolle Definitionsmenge an und begründen Sie ihre Entscheidung.
- d) Bestimmen Sie anhand des Funktionsgraphen das größtmögliche Volumen der Schachtel. Wie groß muss die Seitenlänge der herausgeschnittenen Quadrate dann sein? Erläutern Sie Ihre Überlegungen.