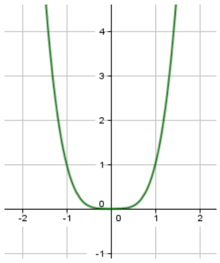
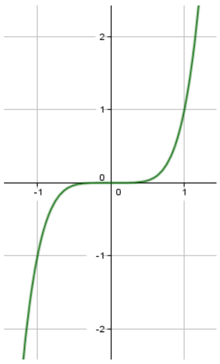
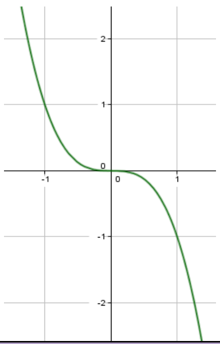
Erwartungshorizont zur 1. Klausur Mathematik

Lösung Aufgabe 1	Kriterien	Punkte	AFB
a) Setze $g(x) = 0$: $-2x - 2 = 0 \quad \vert +2$ $-2x = 2 \quad \vert :(-2)$ $x = -1$	• Erkennen, dass g(x)=0 gesetzt werden muss • Gleichung wird richtig aufgestellt und gelöst	1 2	AFB I
		3	
b) Setze f(x) = g(x): $x^2 - 4x - 5 = -2x - 2 \quad \vert$ +2x+2 $x^2 - 2x - 3 = 0$ Nutze pq-Formel, um Gleichung zu lösen: $x_1 = 1 + \sqrt{1-(-3)} = 3$ $x_2 = 1 - \sqrt{1-(-3)} = -1$ Berechne die y-Koordinaten der Schnittpunkte durch Einsetzen in g: $g(3) = -2 \cdot 3 - 2 = -8$ $g(-1) = -2 \cdot (-1) - 2 = 0$ Also sind die Schnittpunkte: $S_1(-1\vert 0)\ und\ \ S_2(3\vert -8)$	• Erkennen, dass f(x)=g(x) gesetzt werden muss • Richtiges Umformen der Gleichung zu einer quadratischen Gleichung allgemeiner Form • Lösen der quadratischen Gleichung (Verfahren bel.) • Berechnen der y-Koordinaten • Angabe der Schnittpunkte	1 1 2 1 1	AFB I, II
		6	
c) (1) S(2|-9) (2) $D_f = \mathbb{R}; \quad W_f = \mathbb{R}_{\geq -9}$ (3) Schnittpunkt mit der y-Achse: Setze x=0 in die Funktionsgleichung ein: $f(0) = (0-2)^2 - 9 = 4 - 9 = -5$ Also ist der Schnittpunkt S(0|-5) (4) Verschiebung am Scheitelpunkt ablesen: Die Parabel ist um 2 Einheiten nach rechts entlang der x-Achse und um 9 Einheiten nach unten entlang der y-Achse verschoben. Der Streckfaktor ist 1, d.h. die Parabel ist eine nach oben geöffnete und verschobene Normalparabel.	• Richtige Angabe des Scheitelpunkts • Richtige Angabe von Definitions- und Wertemenge • Erkenntnis, dass x=0 eingesetzt werden muss • Richtige Berechnung des y-Achsenschnittpunkts • Richtige Angabe der Verschiebung aus der Normalparabel • Richtige Angabe des Streckfaktors und Einfluss auf Parabel (wohin geöffnet/gestreckt)	1 2 1 1 1 1	AFB I, II
		7	
d) Damit es zwei Nullstellen gibt, müssen zwei Fälle unterschieden werden • Entweder liegt der Scheitelpunkt oberhalb der x-Achse (e>0). Dann muss die Parabel nach unten geöffnet sein, also a<0. • Oder der Scheitelpunkt liegt unterhalb der x-Achse (e<0). Dann muss die Parabel nach oben geöffnet sein (a>0). • d beschreibt nur eine Links- oder Rechtsverschiebung und hat keinen Einfluss auf die Anzahl der Nullstellen.	• Erkenntnis, dass es zwei Fälle gibt, in denen zwei Nullstellen existieren • Erläuterung durch eine Skizze • Unterscheidung der beiden Fälle durch richtiges Schließen auf die Auswirkung auf die Parameter • Beschreibung der (Nicht-)Auswirkung von d auf die Anzahl der Nullstellen	1 2 2 1	AFB III
		6	
Max. 22 Punkte			

Lösung Aufgabe 2	Kriterien	Punkte	
a) (1) 	• Angemessene Skizzierung des Funktionsgraphen zu f	1	
(2) 	• Angemessene Skizzierung des Funktionsgraphen zu g	1	
(3) 	• Angemessene Skizzierung des Funktionsgraphen zu h • Exaktes Einzeichnen der Punkte P(0|0) und z.B. P(1|1) /P(1|-1)	1 1	AFB I
		4	
b) Für $x \to -\infty$: $f(x) \to +\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to -\infty$	• Grenzverhalten richtig bestimmt • Mathematisch richtige Notation	1 1	AFB I, II
		2	
c) Setze in die Funktionsgleichung x=2 ein, um die y-Koordinate zu überprüfen: $f(2) = a \cdot 2^n = 2^n \cdot a$ Der Punkt hätte die Koordinaten P(2|$2^n \cdot a$). Also würde die Aussage nur für n=1 stimmen. Die Aussage ist somit im Allgemeinen falsch.	• Erkenntnis, dass die x-Koordinate in die Funktionsgleichung eingesetzt werden muss • Berechnen des Funktionswerts • Erkenntnis, dass die Aussage im Allgemeinen falsch ist (bzw. nur für n=1 stimmt).	1 1 3	AFB II, III
		5	
Max. 11 Punkte			

Lösung Aufgabe 3	Kriterien	Punkte
$V(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$ a) $V(2) = 4 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2^2 + 36 \cdot 2$ $= 32 - 96 + 72 = 8\ [dm^3]$ Das Volumen der Schachtel beträgt dann 8 dm³.	• Erkenntnis, dass 2 für x eingesetzt werden muss • Richtige Berechnung • Formulierung eines Antwortsatzes mit korrekter Einheit.	1 1 2 AFB II
		4
b) Funktionsgraph 2 gehört zur gegebenen Funktionsgleichung, denn: Für $x \to -\infty$ verhält sich f(x) wie g(x)=4x³, also $f(x) \to -\infty$ Für $x \to +\infty$ verhält sich f(x) wie g(x)=4x³, also $f(x) \to +\infty$ Nahe Null verhält sich f(x) wie h(x)=36x.	• Richtige Zuordnung des Funktionsgraphen • Richtige Angabe des Verhaltens für $x \to -\infty$ • Richtige Angabe des Verhaltens für $x \to +\infty$ • Mathematisch richtige Notation • Richtige Angabe des Verhaltens für x nahe bei Null ODER Begründung, warum dies für die Zuordnung keine Rolle spielt	1 1 1 1 1 AFB II
		5
c) $D_V = [0; 3]$ Begründung: Die Länge des weggeschnittenen Quadrats darf auf jeden Fall nicht negativ sein. Außerdem dürfen sich die weggeschnittenen Quadrate nicht überlappen, deswegen können sie maximal 3dm lang sein.	• Richtige Angabe des Definitionsbereichs (untere Grenze, obere Grenze) • Richtige Begründung für die untere Grenze • Richtige Begründung für die obere Grenze	2 1 1 AFB II
		4
d) Das größte Volumen der Schachtel beträgt 16dm³. Dies kann man am Hochpunkt der Funktion ablesen (der größte Funktionswert, der im Definitionsbereich im Sachkontext angenommen wird) Der größte Funktionswert wird bei x=1 angenommen. Demnach ist das Volumen der Schachtel maximal, wenn die herausgeschnittenen Quadrate die Seitenlänge 1dm haben.	• Richtige Angabe des maximalen Volumens • Richtige Begründung • Richtige Angabe des zugehörigen x-Wert • Richtige Interpretation im Sachkontext	1 1 1 1 AFB III
		4
Max. 17 Punkte		

Erreichbare Punkte:	50

Bewertungsschlüssel:

Note	**Punkte**
1+	47.5-50
1	45-47
1-	42.5-44.5
2+	40-42
2	37.5-39.5
2-	35-37
3+	32.5-34.5
3	30-32
3-	27.5-29.5
4+	25-27
4	22.5-24.5
4-	20-22
5+	17-19.5
5	13.5-16.5
5-	10-13
6	0-9.5